

**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, BOTOȘANI****15.02.2025****Clasa a VIII-a****Subiectul I (7 puncte)**

- a) Demonstrați că $(x + y) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \geq 4$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}_+$.
- b) Dacă x și y sunt numere reale pozitive care satisfac relația $\frac{1}{y} \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = x + y$, să se arate că $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 1 \geq x + 2y$

Subiectul II (7 puncte)

Fie $E(x; y) = \frac{x+1}{2(y+2)}$ oricare ar fi x și y numere naturale. Arătați că dacă $E(x; y) = E(y; x)$, atunci $x = y$.

Subiectul III (7 puncte)

Pe planul rombului $ABCD$, cu $AB = a$ și diagonală $AC = a\sqrt{3}$ se ridică perpendiculara $DV = a$. Dacă M și N sunt mijloacele laturilor VD , respectiv VB , să se afle:

- a) Distanța de la V la BC ;
b) Măsura unghiului diedru dintre planele (AMN) și $(ABCD)$.

Subiectul IV (7 puncte)

Fie prisma hexagonală regulată $ABCDEF A' B' C' D' E' F'$.

- a) Demonstrați că planele $(AB'F)$ și $(AA'C)$ sunt perpendiculare.
b) Știind că $AB = AA' = a, a > 0$, calculați tangenta unghiului diedru dintre planele $(AB'F)$ și $(BB'F)$.

Notă:

- Timp de lucru 3 ore;
- Toate subiectele sunt obligatorii.